Introducción a la Óptica Cuántica

Tarea 3

Ver fecha de entrega en la página.

1. Considera una fuente de luz cuya frecuencia es una variable aleatoria, por ejemplo $cos((\omega + \phi)t)$, donde ϕ es una variable aleatoria con distribución gaussiana centrada en cero. Usando esta fuente de luz modela

   a) El interferometro de Michelson,

   b) el experimento de de luz pasando por dos rejillas.

2. A partir de la expansión del operador $\hat{A}$ en modos, prueba que las relaciones de conmutación canónicas entre $\hat{A}$ y $\hat{\Pi}$ se satisfacen si $[a(k), a^\dagger(k')] = \delta_{kk'}$.

3. Escribe el operador Hamiltoniano usando los operadores a y $a^\dagger$.

4. Calcular la dispersión del operador $\hat{x}$ y $\hat{p}$ como función del tiempo para una partícula libre. Suponer que la condición inicial es que la distribución de probabilidad de encontrar a la partícula en determinado lugar es una gaussiana.

5. Calcular la dispersión del operador $\hat{x}$ y $\hat{p}$ para un estado coherente $|\alpha\rangle$ del oscilador armónico simple. ($\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$).

6. Demostrar que

   a) $[a, a^{\dagger n}] = n(a^\dagger)^{n-1}$ y $[a^n, a^\dagger] = n(a)^{n-1}$.

   b) Usando el resultado anterior demostrar que: $[a, f(a, a^\dagger)] = \frac{\partial f}{\partial a^\dagger}$ y $[a^\dagger, f(a, a^\dagger)] = -\frac{\partial f}{\partial a}$

7. Expresa el operador vectorial $\hat{A}$ cuando $L- > \infty$.

8. Encuentra un estado del campo electromagnético que tenga solo un fotón y este espacialmente localizado. Nota: el estado tiene que ser una superposición de estados de número de un fotón con distintas frecuencias.